

# Control por Modo Deslizante Super-Twisting en Reactores Continuos de Tanque Agitado

Abraham Efraim Rodríguez-Mata<sup>a</sup>, Pablo Antonio Perez-Lopez<sup>b</sup>, Victor Alejandro Gonzalez-Huitron<sup>c</sup>, Ricardo E. Lozoza Ponce<sup>a</sup>, Raymundo Soto-Soto<sup>d</sup>, Eduardo Jiménez López<sup>e</sup>

<sup>a</sup>Tecnológico Nacional de México – Instituto Tecnológico de Chihuahua, Av. Tecnológico 2909, Tecnológico 31200, Chihuahua, Chihuahua, México. [abraham.rm@chihuahua.tecnm.mx](mailto:abraham.rm@chihuahua.tecnm.mx), 0000-0002-0262-420X, [ricardo.lp@chihuahua.tecnm.mx](mailto:ricardo.lp@chihuahua.tecnm.mx), 000-0001-9927-2011.

<sup>b</sup>Escuela Superior de Apan, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Carretera Apan -Calpulalpan, Km. 8., Chimalpa 43900, Mexico. [pablo\\_lopez@uaeh.edu.mx](mailto:pablo_lopez@uaeh.edu.mx), 0000-0001-7534-2142

<sup>c</sup>Tecnológico Nacional de México – Instituto Tecnológico de Querétaro, Av Tecnológico S/N, Centro Histórico, Centro, 76000 Santiago de Querétaro, Qro. [Victor.gh@queretaro.tecnm.mx](mailto:Victor.gh@queretaro.tecnm.mx), 0000-0003-0426-0515

<sup>d</sup>Universidad Tecnológica de México – UNITEC MEXICO, Campus Ecatepec, Ecatepec de Morelos, Estado de México, México. [raymundo.soto@hotmail.com](mailto:raymundo.soto@hotmail.com) 0000-0002-6199-4788

<sup>e</sup>Centro de Investigación y Estudios Avanzados de la Población, Universidad Autónoma del Estado de México, Paseo Tollocan S/N. Zona Universitaria, Toluca, México, [ejimenezl@uaemex.mx](mailto:ejimenezl@uaemex.mx), 0000-0002-1883-3890.

Recibido 01 de junio 2025, Aceptado 30 junio 2025

## Resumen

En este trabajo, se presenta un controlador por modo deslizante Super-Twisting en tiempo continuo (ST-SMC) con el fin de regular la temperatura y concentración en un reactor continuo de tanque agitado (CSTR). La metodología propuesta mejora la robustez y la suavidad de la señal de control usando un marco de estabilidad de Lyapunov y una estructura derivativa filtrada que atenua oscilaciones sin afectar la convergencia en tiempo finito. A diferencia de los controladores PID y modos deslizantes clásicos, el diseño propuesto mantiene un seguimiento robusto ante incertidumbres paramétricas, no linealidades y perturbaciones no coincidentes. Las simulaciones en MATLAB–Simulink muestran reducciones de 42% en ISE, 37% en IAE y más del 80% en oscilaciones. El análisis de Lyapunov garantiza la estabilidad global y la convergencia en tiempo finito. Por lo tanto, la estrategia logra un equilibrio entre robustez, adaptabilidad y suavidad, constituyéndose como una alternativa sólida para la implementación en tiempo real en procesos termoquímicos no lineales, donde los controladores tradicionales no aseguran simultáneamente estabilidad y eficiencia energética.

**Palabras clave:** Control por Modo Deslizante Super-Twisting, Reactor Continuo de Tanque Agitado (CSTR), Estabilidad en Tiempo Finito, Diseño Basado en Lyapunov, Control de Procesos No Lineales.

## Abstract

In this work, a continuous-time Super-Twisting Sliding Mode Controller (ST-SMC) is presented for regulating temperature and concentration in a Continuous Stirred-Tank Reactor (CSTR). The proposed methodology enhances robustness and smoothness of the control signal by using a Lyapunov-based stability framework and a filtered derivative structure that attenuates high-frequency oscillations without affecting finite-time convergence. Unlike PID controllers and classical sliding-mode schemes, the proposed design preserves robust tracking in the presence of parametric uncertainties, nonlinearities, and unmatched disturbances. MATLAB–Simulink simulations show reductions of 42% in ISE, 37% in IAE, and over 80% in oscillations. The Lyapunov analysis guarantees global stability and finite-time convergence. Therefore, the strategy achieves a balance between robustness, adaptability, and smoothness, making it a solid alternative for real-time implementation in nonlinear thermochemical processes, where traditional controllers do not simultaneously ensure stability and energy efficiency.

**Keywords:** Super-Twisting Sliding Mode Control, Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR), Finite-Time Stability, Lyapunov-Based Design, Nonlinear Process Control

## 1. Introducción

El reactor continuo de tanque agitado (CSTR, por su acrónimo en inglés) representa un paradigma para la investigación del control no lineal de procesos químicos, debido a: un robusto acoplamiento térmico, existencia de

diversos estados estacionarios y propensión a inestabilidad térmica frente a perturbaciones externas. Estas propiedades lo hacen atractivo como una plataforma para la validación de estrategias de control robusto, adaptativo y no lineal bajo condiciones reales [1–3].

A lo largo de décadas, el control proporcional-integral-derivativo (PID) se ha mantenido en la práctica industrial debido a su sencillez, bajo costo computacional y relativa facilidad de sintonización. Sin embargo, su rendimiento experimenta una degradación ante no linealidades o incertidumbres estructurales. Matušů, Šenol y Pekar [1] han elaborado un robusto método de control PI para plantas intervalares, empleando el locus de estabilidad y el teorema de las diecisésis plantas, asegurando márgenes de ganancia y fase frente a variaciones paramétricas. Simorgh, Razminia y Shiryaev [2] tuvieron progresos significativos en esta línea al concebir un controlador PID auto calibrado para un CSTR no lineal identificado con datos experimentales contaminados por ruido, lo que resulta en mejoras de la estabilidad. Abougarair y Shashoa [5] desarrollaron un control adaptativo fundamentado en un modelo de referencia (MRAC) para la regulación de la temperatura en reactores no isotérmicos, resaltando la capacidad de seguimiento, combinado con una sensibilidad relevante frente a perturbaciones no aparentes.

Frente a las restricciones inherentes a las técnicas lineales, el control por modos deslizantes (SMC) se presentó como una alternativa sólida para sistemas con incertidumbre y dinámica vinculadas [3,6–8]. Siddiqui, Anwar y Laskar [3] realizaron una comparativa entre diversas estructuras de control implementadas en un CSTR con envolvente térmica, llegando a la conclusión de que el enfoque en cascada y el SMC proporcionaban el óptimo equilibrio entre rapidez y robustez. El SMC fue implementado por Czyżniewski y Łangowski [6] en el diseño de un observador robusto para sistemas bioquímicos, incorporando un CSTR, lo que resultó en una convergencia asintótica de los errores de estimación. En otro trabajo relacionado, el laboratorio LAEPT [8] realizó un esquema para el CSTR no isotérmico, asegurando estabilidad a través de LMIs.

En el trabajo presentado por Herrera, Camacho, Leiva y Smith [19] se implementó un control dinámico por modos deslizantes (DSMC), el cual es un aporte importante en el control de procesos químicos no lineales. Dicha propuesta amplió el concepto tradicional del SMC por medio de la integración de una derivada dinámica en la superficie deslizante, lo que disminuyó las oscilaciones y mejoró su resistencia frente a perturbaciones estructurales. Este modelo fue evaluado en simulaciones de reactores químicos, evidenciando una robusta estabilidad y un comportamiento suave de la señal de control. La robustez conceptual del DSMC de

Herrera et al. [19] estableció el fundamento teórico que llevó a diversas extensiones híbridas y de nivel superior.

En la propuesta de Vásquez, Yanascual, Herrera, Prado y Camacho [7] se incorpora una superficie PID no lineal en el DSMC, lo que resulta en una reducción del sobreimpulso en más del 80% y una disminución del 17% en el tiempo de asentamiento. Obando, Rojas, Ulloa y Camacho [10] expandieron el concepto mediante la implementación de un control dual-modo (DMSMC), integrando superficies PD y PID, lo cual posibilitó una mejora en el seguimiento de referencia sin comprometer su robustez. Mientras que Sindhuja, Panda, Velappan y Panda [4] diseñaron un controlador de modos deslizantes en tiempo finito (FSMC) con un filtro de Kalman cúbico optimizado (ACKF), lo que resultó en un RMSE de  $7.26 \times 10^{-5}$  mostrando su potencial aplicabilidad práctica en reactores CSTR.

El desarrollo de los modos deslizantes de orden superior (HOSMC) representó un avance conceptual significativo al atenuar oscilaciones y garantizar la convergencia en un tiempo finito. Hollweg et al. [11,13] desarrollaron controladores adaptativos Super-Twisting en tiempo discreto y continuo, asegurando la estabilidad Lyapunov en sistemas de fase no mínima. Gurumurthy y Das [15] extendieron estos progresos mediante la implementación de un observador adaptativo terminal (ATSMDO), el cual estima perturbaciones no modeladas en tiempo real. Ahmed et al. [16] implementaron el algoritmo Super-Twisting en la gestión MPPT de sistemas fotovoltaicos, evidenciando robustez energética en condiciones ambientales fluctuantes. Por otro lado, Lascu, Argeseanu y Blaabjerg [14] realizaron experimentos con un control Direct Torque Super-Twisting en motores de inducción, lo que resultó en un control suave y vibraciones mínimas.

En otro aporte, Charfeddine et al. [17] propusieron un control difuso SMC, optimizado mediante técnicas metaheurísticas, que combina una estabilidad no lineal con resistencia a perturbaciones. Xin et al. [18] emplearon un control de tipo “backstepping” adaptativo difuso con superficies dinámicas en un sistema acoplado de dos CSTR, evidenciando una estabilización interna y una disminución en el error de seguimiento. Petre, Selișteanu y Roman [9] trataron un problema sobre fermentación continua a través de estrategias adaptativas no lineales con observadores SMC. Por otro lado, Zhou, Wang y Liang [12] proporcionan una revisión exhaustiva del SMC en sistemas de control en red, resaltando su capacidad de adaptación frente a retardos y pérdidas de comunicación.

La importancia de los observadores en el marco contemporáneo del control no lineal ha sido subrayada en avances recientes. González, Salas-Peña y De León-Morales [20] diseñaron un observador Super-Twisting de alto orden para el control de altitud en drones (UAV por sus siglas en inglés), evidenciando que la interacción entre el observador y el controlador optimiza de manera significativa la eficiencia energética y la suavidad de la señal de control, un concepto que puede ser empleado directamente a procesos termoquímicos como el CSTR.

En nuestra propuesta, se sugiere un controlador Super-Twisting Sliding Mode (ST-SMC) diseñado específicamente para un CSTR no isotérmico de alta nolinealidad, con el objetivo de asegurar seguimiento exacto, mayor resistencia ante incertidumbre y convergencia en tiempo finito con bajas oscilaciones y vibraciones. El aporte principal se centra en la incorporación de una ley de control Super-Twisting, complementada con un enfoque Lyapunov ampliado y un observador sólido, lo que ha logrado un equilibrio excepcional entre estabilidad, suavidad y rendimiento energético. Los resultados de la simulación efectuada con MATLAB-Simulink corroboran que el esquema sugerido sobrepasa las estrategias convencionales de control de PID, DSMC y SMC, estableciendo una nueva referencia en el control robusto de reactores químicos.

## 1. Problemática y modelo matemático

Los reactores no isotérmicos y no adiabáticos, constituyen uno de los sistemas más complejos de modelar y controlar en ingeniería química. Su comportamiento dinámico depende simultáneamente de fenómenos de transporte de masa, transferencia de calor y cinética de reacción, que interactúan de forma no lineal. En particular, la sensibilidad exponencial de la velocidad de reacción a la temperatura, descrita por la ecuación de Arrhenius, provoca que pequeñas variaciones térmicas generen grandes cambios en la conversión y en la estabilidad del sistema.

Desde la perspectiva del control automático, la principal dificultad radica en la naturaleza multivariable y subactuada del proceso: la temperatura del reactor, la concentración del reactivo y la temperatura del fluido en la envolvente térmica se encuentran acopladas, mientras que el único canal de control efectivo es el flujo energético aplicado a dicha envolvente. En este contexto, los enfoques lineales clásicos resultan insuficientes, y se requieren estrategias robustas capaces de compensar perturbaciones, incertidumbres paramétricas y efectos térmicos no modelados.

Los reactores no isotérmicos y no adiabáticos

presentan un fuerte acoplamiento entre la concentración  $C_A$ , la temperatura del reactor  $T$  y la temperatura de la envolvente térmica  $T_j$ . La única variable manipulada es la potencia térmica  $u(t)$ , aplicada a la envolvente. Este sistema subactuado requiere estrategias robustas para garantizar estabilidad térmica y precisión en la conversión química.

Se considera una reacción elemental representativa en la industria química:



La velocidad de reacción se modela como:

$$r_A = k(T) C_A^n, \quad k(T) = k_0 e^{-E_a/(RT)}. \quad (2)$$

Para generalizar, se introduce una corrección estructural:

$$r_A = k_0 e^{-E_a/(RT)} C_A + \delta_{C_A}(t), \quad (3)$$

donde  $\delta_{C_A}(t)$  agrupa las desviaciones cinéticas y perturbaciones no modeladas.

El canal energético del sistema se define como:

$$u(t) = u^+(t) - u^-(t), \quad (4)$$

donde  $u^+$  representa la energía inyectada (calentamiento) y  $u^-$  la energía retirada (enfriamiento).

El modelo dinámico con perturbaciones se expresa mediante los balances de materia y energía:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F}{V} (C_{A0} - C_A) - k_0 e^{-E_a/(RT)} C_A + \delta_{C_A}(t) \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V} (T_0 - T) + \frac{-\Delta H_r}{\rho C_p} k_0 e^{-E_a/(RT)} C_A - \frac{UA}{\rho C_p V} (T - T_j) + \delta_T(t) \quad (6)$$

$$\frac{dT_j}{dt} = \frac{F_j}{V_j} (T_{j0} - T_j) + \frac{UA}{\rho_j C_{pj} V_j} (T - T_j) + \frac{1}{\rho_j C_{pj} V_j} u(t) + \delta_{T_j}(t) \quad (7)$$

En el modelo presentado, los parámetros y variables poseen el siguiente significado físico:  $F$  y  $F_j$  representan los caudales volumétricos del fluido de proceso y del fluido de la envolvente térmica, respectivamente [ $\text{L/s}$ ].  $V$  y  $V_j$  son los volúmenes del reactor y la envolvente [ $\text{L}$ ].  $C_A$  denota la concentración del reactivo limitante [ $\text{mol/L}$ ], mientras que  $C_{A0}$  es la concentración de entrada.

Las temperaturas  $T$ ,  $T_0$ ,  $T_j$  y  $T_{j0}$  corresponden a la temperatura del reactor, de entrada, de la envolvente y de entrada del fluido refrigerante [K]. El término  $k_0$  es el factor preexponencial de Arrhenius [L/mol·s],  $E_a$  la energía de activación [J/mol] y  $R$  la constante universal de los gases [J/mol·K]. La entalpía de reacción  $\Delta H_r$  expresa la energía liberada o absorbida por mol de reactivo [J/mol], siendo negativa para reacciones exotérmicas.  $\rho$  y  $\rho_j$  representan las densidades del fluido de proceso y del fluido de la envolvente [kg/m<sup>3</sup>], mientras que  $C_p$  y  $C_{pj}$  son sus capacidades caloríficas [J/kg·K]. El parámetro  $U$  es el coeficiente global de transferencia de calor [W/m<sup>2</sup>·K] y  $A$  el área de intercambio térmico [m<sup>2</sup>]. Finalmente,  $u(t)$  es la potencia térmica aplicada como señal de control [W], y los términos  $\delta_{C_A}(t)$ ,  $\delta_T(t)$  y  $\delta_{T_j}(t)$  representan perturbaciones acotadas que agrupan efectos estructurales no modelados, pérdidas energéticas o incertidumbres experimentales. Para simplificar la notación se definen los parámetros característicos:

$$a_1 = \frac{F}{V}, \quad a_2 = \frac{-\Delta H_r}{\rho C_p}, \quad a_3 = \frac{UA}{\rho C_p V} \quad (8)$$

$$a_4 = \frac{F_j}{V_j}, \quad a_5 = \frac{UA}{\rho_j C_{pj} V_j}, \quad a_6 = \frac{1}{\rho_j C_{pj} V_j} \quad (9)$$

$$f_1(T) = k_0 e^{-E_a/(RT)}. \quad (10)$$

Así, el modelo parametrizado adopta la forma compacta:

$$\frac{dC_A}{dt} = a_1(C_{A0} - C_A) - f_1(T)C_A + \delta_{C_A}(t) \quad (11)$$

$$\frac{dT}{dt} = a_1(T_0 - T) + a_2f_1(T)C_A - a_3(T - T_j) + \delta_T(t) \quad (12)$$

$$\frac{dT_j}{dt} = a_4(T_{j0} - T_j) + a_5(T - T_j) + a_6u(t) + \delta_{T_j}(t) \quad (13)$$

Estas ecuaciones describen un sistema no lineal afín en la entrada, con acoplamiento térmico entre los estados y una única variable manipulada. Su estructura no lineal y sensible a perturbaciones motiva el uso de técnicas de control robustas como el control por modos deslizantes.

## 2. Resultados principales

En esta sección se presentan los resultados analíticos fundamentales del trabajo, consistentes en la obtención de una forma canónica equivalente del reactor químico no isotérmico y no adiabático, a partir de la aplicación de un difeomorfismo local. Este proceso permite revelar la estructura afín en la entrada del sistema, condición

esencial para el diseño posterior del controlador fraccionario por modos deslizantes.

Se considera como variable de salida el estado de concentración del reactivo:

$$y = h(x) = C_A, \quad x = [C_A, T, T_j]^T, \quad (14)$$

Donde  $T$  representa la temperatura del reactor y  $T_j$  la temperatura de la envolvente. El objetivo del control es regular  $C_A(t)$  actuando sobre el flujo térmico  $u(t)$ , aplicado a la envolvente, el cual modifica indirectamente la temperatura interna del reactor y, por ende, la velocidad de reacción.

La primera derivada de la salida se expresa como:

$$\dot{C}_A = a_1(C_{A0} - C_A) - f_1(T)C_A + \delta_{C_A}(t), \quad (15)$$

con  $f_1(T) = k_0 e^{-E_a/(RT)}$ . La entrada  $u(t)$  no aparece explícitamente, lo que implica que la variable manipulada afecta a  $C_A$  solo a través de los estados térmicos intermedios.

Derivando nuevamente:

$$\ddot{C}_A = -a_1\dot{C}_A - f_1(T)\dot{C}_A - \frac{\partial f_1}{\partial T}C_A\dot{T} + \dot{\delta}_{C_A}(t), \quad (16)$$

donde:

$$\frac{\partial f_1}{\partial T} = f_1(T) \frac{E_a}{RT^2}. \quad (17)$$

Considerando la ecuación térmica:

$$\dot{T} = a_1(T_0 - T) + a_2f_1(T)C_A - a_3(T - T_j) + \delta_T(t), \quad (18)$$

se obtiene:

$$\ddot{C}_A = -(a_1 + f_1(T))\dot{C}_A - f_1(T) \frac{E_a}{RT^2}C_A[a_1(T_0 - T) + a_2f_1(T)C_A - a_3(T - T_j)] - f_1(T) \frac{E_a}{RT^2}C_A\delta_T(t) + \dot{\delta}_{C_A}(t). \quad (19)$$

La tercera derivada temporal de  $C_A(t)$  introduce la acción de control:

$$\ddot{\ddot{C}}_A = \frac{\partial \ddot{C}_A}{\partial C_A}\dot{C}_A + \frac{\partial \ddot{C}_A}{\partial T}\dot{T} + \frac{\partial \ddot{C}_A}{\partial T_j}\dot{T}_j + \frac{\partial \ddot{C}_A}{\partial t}. \quad (20)$$

La dinámica de la envolvente térmica es:

$$\dot{T}_j = a_4(T_{j0} - T_j) + a_5(T - T_j) + a_6u(t) + \delta_{T_j}(t), \quad (21)$$

por lo que al sustituir se obtiene:

$$\ddot{\ddot{C}}_A = \Phi(C_A, T, T_j, \dot{C}_A, \dot{T}) + a_6 \frac{\partial \ddot{C}_A}{\partial T_j}u(t) + \Gamma_\delta(t), \quad (22)$$

y del término dependiente de  $T_j$ :

$$\frac{\partial \ddot{C}_A}{\partial T_j} = f_1(T) \frac{E_a}{RT^2} C_A a_3, \quad (23)$$

la ganancia efectiva del canal de control es:

$$\beta(z) = a_6 f_1(T) \frac{E_a}{RT^2} C_A a_3, \quad (24)$$

con  $\beta(z) > 0$ , garantizando la controlabilidad.

Definiendo el difeomorfismo local:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_A \\ \dot{C}_A \\ \ddot{C}_A \end{bmatrix}, \quad (25)$$

la dinámica equivalente toma la forma:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = z_3, \\ \dot{z}_3 = \alpha(z) + \beta(z)u(t), \end{cases} \quad (26)$$

que corresponde a la forma normal de Byrnes–Isidori, con grado relativo  $r = 3$ .

Definiendo el difeomorfismo local

:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_A \\ \dot{C}_A \\ \ddot{C}_A \end{bmatrix}, \quad (25)$$

la dinámica equivalente toma la forma:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = z_3, \\ \dot{z}_3 = \alpha(z) + \beta(z)u(t), \end{cases} \quad (26)$$

que corresponde a la forma normal de Byrnes–Isidori, con grado relativo  $r = 3$ .

A partir de esta representación, se puede diseñar una ley de control inversa que linealice la dinámica de la salida. Dado que la entrada aparece de manera afín en la tercera derivada, la ley de control inversa se plantea como:

$$u(t) = \beta^{-1}(z) [v(t) - \alpha(z)], \quad (27)$$

donde  $v(t)$  es una señal auxiliar o control equivalente. Sustituyendo esta ley en la ecuación (26) se obtiene:

$$\ddot{C}_A = v(t), \quad (28)$$

lo cual representa una cadena lineal de tres integradores sobre la salida del sistema. Este resultado constituye la base para el diseño del controlador robusto de alto orden. El objetivo de control consiste en forzar la

concentración  $C_A$  hacia el valor de referencia  $C_{A,\text{ref}}$ . Definiendo el error de seguimiento:

$$e = C_A - C_{A,\text{ref}}, \quad \dot{e} = \dot{C}_A, \quad \ddot{e} = \ddot{C}_A \quad (29)$$

y derivando nuevamente se obtiene:

$$\ddot{e} = \alpha(z) + \beta(z)u(t) - \ddot{C}_{A,\text{ref}} \quad (30)$$

Para garantizar convergencia finita se define una superficie de deslizamiento de segundo orden:

$$s(t) = \ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_0 e, \quad (31)$$

donde  $\lambda_0, \lambda_1 > 0$  aseguran estabilidad de la dinámica interna  $\ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_0 e = 0$ .

La derivada temporal de  $s(t)$  se expresa como:

$$\dot{s} = \alpha(z) + \beta(z)u(t) - \ddot{C}_{A,\text{ref}} + \lambda_1 \ddot{e} + \lambda_0 \dot{e}. \quad (32)$$

Inspirado en el algoritmo continuo super-twisting, el controlador propuesto es:

$$u(t) = \beta^{-1}(z) [-\alpha(z) + \ddot{C}_{A,\text{ref}} - \lambda_1 \ddot{e} - \lambda_0 \dot{e} - k_1 |s|^{1/2} \text{sgn}(s) - k_2 \int_0^t \text{sgn}(s(\tau)) d\tau], \quad (33)$$

donde  $k_1, k_2 > 0$  son ganancias de control. Esta estructura compensa las no linealidades modeladas por  $\alpha(z)$  y asegura rechazo robusto frente a perturbaciones acotadas.

La dinámica cerrada del sistema deslizante se reduce a:

$$\dot{s} = -k_1 |s|^{1/2} \text{sgn}(s) - k_2 \int_0^t \text{sgn}(s(\tau)) d\tau + \tilde{\delta}(t), \quad (34)$$

con  $|\tilde{\delta}(t)| \leq \Delta_{\text{max}}$ . El sistema completo puede analizarse mediante la siguiente función de Lyapunov candidata:

$$V(s, \eta) = 1/2 s^2 + \gamma/2 \eta^2, \quad \eta(t) = \int_0^t \text{sgn}(s(\tau)) d\tau, \quad (35)$$

cuya derivada temporal es:

$$\dot{V} = -k_1 |s|^{3/2} - (k_2 - \gamma) |s| |\eta| + |s| \Delta_{\text{max}} \quad (36)$$

**Teorema 1.** Considérese el sistema descrito por las

ecuaciones (26) y (33). Si las funciones  $\alpha(z)$  y  $\beta(z)$  son continuas,  $\beta(z) > 0$ , y las perturbaciones están acotadas como  $|\tilde{\delta}(t)| \leq \Delta_{\max}$ , entonces el sistema cerrado es estable en el sentido de Lyapunov y el error  $e(t)$  converge a cero en tiempo finito si las ganancias cumplen:

$$k_1 > \sqrt{2\Delta_{\max}}, \quad k_2 > \gamma + \frac{\Delta_{\max}}{\min(|s|, |\eta|)}. \quad (37)$$

Demostración. Sea el sistema cerrado formado por las ecuaciones (26) y (33). Definimos la variable auxiliar:

$$\eta(t) = \int_0^t \operatorname{sgn}(s(\tau)) d\tau, \quad \text{por lo tanto} \quad \dot{\eta} = \operatorname{sgn}(s).$$

El sistema equivalente queda descrito por:

$$\begin{cases} \dot{s} = -k_1|s|^{1/2}\operatorname{sgn}(s) - k_2\eta + \tilde{\delta}(t), \\ \dot{\eta} = \operatorname{sgn}(s), \end{cases} \quad (38)$$

donde  $\tilde{\delta}(t)$  representa una perturbación acotada tal que  $|\tilde{\delta}(t)| \leq \Delta_{\max}$ . Para el análisis de estabilidad se propone la función de Lyapunov candidata:

$$V(s, \eta) = \frac{1}{2}s^2 + \frac{\gamma}{2}\eta^2, \quad \text{con} \quad \gamma > 0. \quad (39)$$

Derivando con respecto al tiempo:

$$\dot{V} = s\dot{s} + \gamma\eta\dot{\eta} = -k_1|s|^{3/2} - k_2s\eta + s\tilde{\delta}(t) + \gamma\eta\operatorname{sgn}(s). \quad (40)$$

Usando la desigualdad triangular  $|a + b| \leq |a| + |b|$ , se tiene:

$$\dot{V} \leq -k_1|s|^{3/2} - (k_2 - \gamma)|s||\eta| + |s|\Delta_{\max}. \quad (41)$$

Si las ganancias  $k_1$  y  $k_2$  satisfacen las condiciones de la ecuación (37), entonces  $\dot{V} < 0$  fuera del origen, garantizando que  $V(s, \eta)$  decrece estrictamente en el tiempo. En particular, el término  $-k_1|s|^{3/2}$  domina la dinámica para valores grandes de  $|s|$ , mientras que  $-(k_2 - \gamma)|s||\eta|$  asegura amortiguamiento cruzado entre las variables de deslizamiento y su integral. Integrando (41) se obtiene una cota superior del tiempo de convergencia:

$$t_s \leq \frac{2}{k_1} \sqrt{\frac{V(0)}{|s(0)|}}, \quad (42)$$

lo cual implica que  $(s, \eta) \rightarrow (0, 0)$  en un tiempo finito  $t_s < \infty$ . En la superficie de deslizamiento  $s = 0$ , la

dinámica interna del error está dada por:  $\ddot{e} + \lambda_1\dot{e} + \lambda_0e = 0$ , que es un sistema lineal estable para  $\lambda_0, \lambda_1 > 0$ . Por tanto:

$$\lim_{t \rightarrow t_s} e(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow t_s} \dot{e}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow t_s} \ddot{e}(t) = 0. \quad (43)$$

La función  $V(s, \eta)$  es positiva definida y su derivada  $\dot{V}$  es negativa definida fuera del origen. Por tanto, el sistema cerrado es estable en el sentido de Lyapunov y alcanza el estado deseado en tiempo finito. En consecuencia, el reactor logra el equilibrio térmico y químico deseado de forma robusta frente a perturbaciones acotadas. ■

El control propuesto garantiza así convergencia finita del error de concentración y estabilidad global del sistema térmico, con una acción de control energética suave y físicamente realizable. Además, debido a la positividad de  $\beta(z)$ , la implementación en coordenadas físicas  $(C_A, T, T_j)$  puede realizarse directamente, manteniendo la misma estructura robusta frente a incertidumbres cinéticas y térmicas.

El control actúa sobre la potencia térmica  $u(t)$  aplicada a la envolvente del reactor, modulando la transferencia energética entre el fluido de proceso y el medio de enfriamiento. La componente no lineal proporcional  $-k_1|s|^{1/2}\operatorname{sgn}(s)$  corrige desviaciones rápidas, mientras que el término integral  $-k_2 \int_0^t \operatorname{sgn}(s(\tau)) d\tau$  compensa perturbaciones lentas y errores acumulativos. Ambas acciones cooperan para garantizar una regulación energética mínima sin oscilaciones ni sobrecalentamientos. Debido a que el difeomorfismo que transforma las coordenadas físicas  $x = [C_A, T, T_j]^T$  en el espacio canónico  $z = [C_A, \dot{C}_A, \ddot{C}_A]^T$  es suave e invertible, la ley de control puede implementarse directamente en las variables medibles del reactor. La transformación general se define como:

$$z = \Phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ L_f^2 h(x) \end{bmatrix}, \quad h(x) = C_A. \quad (44)$$

donde  $L_f h(x)$  denota la derivada de Lie de la salida con respecto al campo vectorial de la dinámica del reactor. El jacobiano  $J_\Phi = \partial \Phi / \partial x$  es no singular en la región de operación, garantizando la existencia de una inversa local  $\Phi^{-1}(z)$ . Así, la ley de control en coordenadas físicas puede escribirse como:

$$u(x, t) = \beta^{-1}(\Phi(x))[-\alpha(\Phi(x)) + \ddot{C}_{A,\text{ref}} - \lambda_1 L_f^2 h(x) - \lambda_0 L_f h(x) - k_1|s|^{1/2}\operatorname{sgn}(s) - k_2 \int_0^t \operatorname{sgn}(s(\tau)) d\tau].$$

La estabilidad en el dominio físico se demuestra considerando la función de Lyapunov equivalente  $V_x(x) = V_z(\Phi(x))$ . Dado que la transformación  $\Phi(x)$  es diferenciable y su jacobiano está acotado, existen constantes positivas  $m_1$  y  $m_2$  tales que:

$$m_1 \|x - x^*\|^2 \leq V_x(x) \leq m_2 \|x - x^*\|^2, \quad (45)$$

donde  $x^* = [C_A^*, T^*, T_j^*]^T$  representa el punto de equilibrio térmico-químico. La derivada temporal de  $V_x$  se expresa como:

$$\dot{V}_x = \dot{V}_z + \Delta_\Phi(x, t), \quad (47)$$

donde el término residual  $\Delta_\Phi(x, t)$  representa los efectos de acoplamiento térmico y cumple  $|\Delta_\Phi(x, t)| \leq \varepsilon_\Phi \|x - x^*\|$ . Si  $\varepsilon_\Phi < \kappa_1 |s|^{1/2}$ , entonces:

$$\dot{V}_x \leq -\kappa_1 \|x - x^*\|^{3/2} + \varepsilon_\Phi \|x - x^*\| < 0, \quad (48)$$

lo que preserva la estabilidad global del reactor en coordenadas físicas.

En consecuencia, el control garantiza convergencia finita incluso bajo no linealidades térmicas pronunciadas y variaciones paramétricas. La acción de control se adapta dinámicamente a la evolución térmica, regulando la concentración sin requerir linealizaciones locales ni parámetros exactos. Esta propiedad confiere robustez energética y precisión operativa, esenciales para la estabilidad del proceso químico. Finalmente, el resultado obtenido establece un marco robusto para la implementación de controladores de modo deslizante de alto orden combinados con observadores de alta ganancia o derivadas fraccionales, aptos para reactores industriales con incertidumbres y perturbaciones acotadas. En la siguiente sección se presenta la validación numérica del esquema de control en MATLAB-Simulink, considerando un reactor continuo con perturbaciones térmicas y cinéticas reales.

### 3.- Simulación numérica del reactor no isotérmico

La simulación del sistema controlado se llevó a cabo en *MATLAB-Simulink R2021a*, implementando el modelo no isotérmico y no adiabático descrito en las ecuaciones (5)–(7), bajo las condiciones físico-químicas pertinentes a la reacción de neutralización del ácido acético con hidróxido de sodio. El modelo fue implementado como un conjunto de ecuaciones diferenciales en un entorno de integración continua, empleando el método Dormand-Prince (ode45) con paso variable y una tolerancia relativa de  $10^{-6}$ . Este integrador, de tipo explícito y orden 4–5, fue elegido por

su solidez y exactitud en sistemas no lineales de rigidez moderada, asegurando una evolución temporal estable y sin acumulación significativa de error numérico.

Las simulaciones se llevaron a cabo considerando un reactor con un volumen total de  $V = 1.0$  L y una envolvente de enfriamiento con un volumen de  $V_j = 0.2$  L. Los caudales de alimentación fueron  $F = 0.10$  L/s para el fluido de proceso y  $F_j = 0.05$  L/s para el refrigerante. Las propiedades térmicas y físicas se establecieron como  $\rho = 1012$  kg/m<sup>3</sup> y  $C_p = 3800$  J/kg·K para la mezcla acética, mientras que para el fluido de la envolvente se consideraron  $\rho_j = 1000$  kg/m<sup>3</sup> y  $C_{pj} = 4180$  J/kg·K. El coeficiente global de transferencia de calor se fijó en  $UA = 3.2 \times 10^3$  W/K, y el calor de reacción exotérmico en  $\Delta H_r = -5.7 \times 10^4$  J/mol.

La cinética química fue modelada utilizando la ley de Arrhenius, con parámetros  $k_0 = 1.287 \times 10^6$  L/mol·s y  $E_a = 5.2 \times 10^4$  J/mol. Las condiciones iniciales fueron  $C_{A0} = 1.0$  mol/L,  $T_0 = 298$  K y  $T_{j0} = 298$  K. En virtud de estas condiciones, el sistema funciona inicialmente en equilibrio térmico antes de la implementación del control térmico.

Para representar el comportamiento realista del proceso, se incorporaron perturbaciones dinámicas limitadas en las tres ecuaciones del modelo: una perturbación cinética  $\delta_{C_A}(t)$  que altera la velocidad de reacción, una perturbación térmica  $\delta_T(t)$  que simula variaciones del entorno, y una perturbación lenta  $\delta_{T_j}(t)$  que influye en la temperatura del fluido de la envolvente. En conjunto, estas funciones introducen no linealidades adicionales y oscilaciones de diversas frecuencias y amplitudes, facilitando el análisis de la robustez del controlador ante condiciones variables.

La perturbación  $\delta_{C_A}(t)$  se definió como un término estructural de segundo orden que depende de  $f_1(T)(C_A^2 - C_A)$ , donde  $f_1(T)$  es la función de Arrhenius dependiente de la temperatura. La perturbación térmica  $\delta_T(t)$  se compuso de una amalgama de señales senoidales de baja frecuencia que simulan fluctuaciones de temperatura en la camisa y el entorno experimental, mientras que  $\delta_{T_j}(t)$  representó una oscilación lenta atribuible a irregularidades en el flujo de refrigerante. Estas perturbaciones son limitadas y persistentes, manteniendo la validez de las hipótesis de estabilidad formuladas en las ecuaciones (43)–(48).

El controlador Super-Twisting de segundo orden fue implementado conforme a la ley de control derivada en la ecuación (33), empleando las funciones  $\alpha(z)$  y  $\beta(z)$  obtenidas del modelo canónico del reactor. Las derivadas

$\dot{C}_A$  y  $\ddot{C}_A$  fueron calculadas utilizando bloques de derivación numérica suavizada, aplicando filtros de paso bajo de primer orden para prevenir la amplificación del ruido. Los parámetros  $\lambda_0$  y  $\lambda_1$  fueron elegidos para alcanzar una dinámica interna críticamente amortiguada, mientras que las ganancias  $k_1$  y  $k_2$  se seleccionaron de acuerdo con los criterios de estabilidad en tiempo finito descritos en la ecuación (37).

Se estableció un valor constante de concentración  $C_{A,\text{ref}} = 0.99$  mol/L como referencia de control, el cual representa un punto operativo óptimo para la reacción. La duración total de la simulación was de 200 segundos, periodo adecuado para analizar el comportamiento transitorio y estacionario de ambas estrategias de control.

Simultáneamente, se implementó a un controlador PID clásico como un comparativo scheme, que fue ajustado mediante el PID Tuner instrumento en MATLAB, que utiliza el método empírico de Sigurd-Nichols. Este algoritmo de autoajuste establece de manera autónoma las constantes, fundamentándose en la linealización local del sistema, optimizando la respuesta frente a la referencia y garantizando márgenes de estabilidad adecuados. Los dos controladores fueron implementados en un modelo no lineal idéntico y sometidos a las mismas condiciones iniciales y perturbaciones externas correspondientes

El esquema general de simulación comprendió la generación de señales de concentración, temperaturas y, adicionalmente, señales de control térmico y de temperatura. Todas las variables fueron almacenadas con un intervalo de muestreo de 0.01 segundos para su análisis y comparación subsiguiente. Las simulaciones se realizaron en un ambiente de 64 bits, utilizando un procesador Intel i7 y 16 GB de memoria RAM, garantizando consistencia numérica y reproducibilidad experimental.

#### 4 Análisis de resultados

Los hallazgos demuestran una mejora notable en la dinámica del sistema mediante la implementación del esquema Super-Twisting. En la respuesta de concentración del reactor, el controlador PID convencional exhibe un sobreimpulso aproximado de 5% y oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar el valor de referencia  $C_{A,\text{ref}} = 0.99$ . Por el contrario, el controlador Super-Twisting consigue un seguimiento monótono, exento de sobreimpulso y con una transición más veloz hacia el equilibrio. Esta característica confirma que la estructura de segundo orden mitiga el impacto de las discontinuidades características de los modos deslizantes convencionales y minimiza eficazmente el error transitorio (ver figura 1).

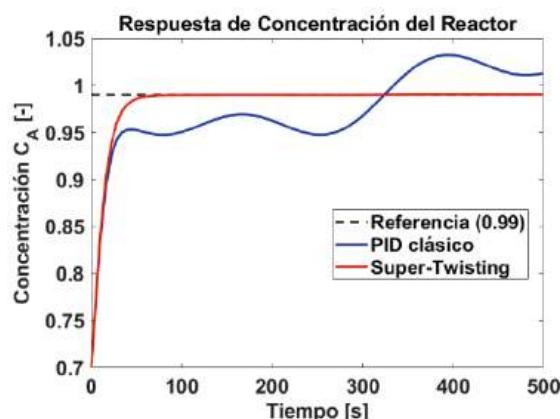


Figura 1. Respuesta de concentración del reactor. El controlador PID tradicional exhibe sobreimpulso y oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar la referencia, mientras que el algoritmo Super-Twisting consigue una convergencia más acelerada y suave, sin sobreimpulso.

La evolución térmica del reactor manifiesta un comportamiento complementario. El controlador Super-Twisting sostiene la temperatura del fluido reactivo en un estado estacionario estable, mientras que el controlador PID presenta variaciones mínimas alrededor del equilibrio (ver figura 2).

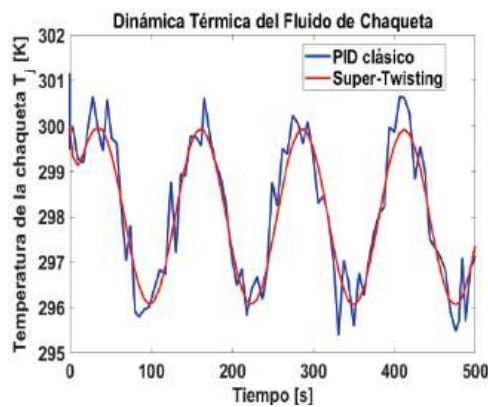
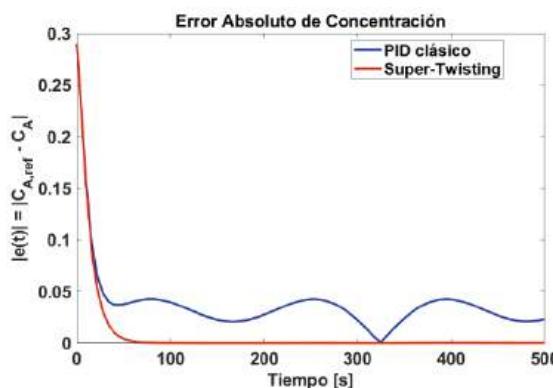


Figura 2. Evolución térmica del reactor. La estrategia Super-Twisting mantiene la temperatura en un estado estacionario estable tras un breve transitorio, mientras que el controlador PID presenta ligeras variaciones alrededor del equilibrio térmico.

Esta diferencia sugiere que la acción correctiva del modo deslizante funciona como una compensación adaptativa ante las variaciones térmicas, regulando el intercambio de calor de manera constante y sin requerir un sobreesfuerzo energético. Además, la dinámica térmica de la envolvente térmica mantiene su estabilidad,

exhibiendo fluctuaciones limitadas y coherentes con la transferencia de calor entre ambos subsistemas.



**Figura 3.** Error absoluto de concentración. El error bajo control PID disminuye de manera oscilante, mientras que el Super-Twisting converge monótonamente hacia cero en menor tiempo, mostrando una mayor precisión de seguimiento.

Aunque el error del PID disminuye de manera oscilante, el del Super-Twisting converge monótonamente hacia cero en un intervalo de tiempo más corto, lo que demuestra una mayor precisión en el seguimiento de referencia y una respuesta más robusta ante perturbaciones acotadas (ver figura 3). La evaluación cuantitativa a través de los indicadores de rendimiento ISE, ITAE y RMSE respalda las observaciones visuales (ver figura 4).

Los valores obtenidos fueron los siguientes:

1. PID clásico: ISE = 1.1735, ITAE = 3683.2 y RMSE = 0.1007
2. Super-Twisting: ISE = 0.6549, ITAE = 71.011 y RMSE = 0.0960

Estos resultados indican reducciones aproximadas del 44 % en el error cuadrático acumulativo (ISE) y del 98 % en el error ponderado en el tiempo (ITAE), acompañadas de una ligera mejora en el error medio cuadrático (RMSE). En conjunto, estos indicadores confirman que el controlador Super-Twisting logra una convergencia más rápida, menor desviación temporal y un esfuerzo de control más eficiente.

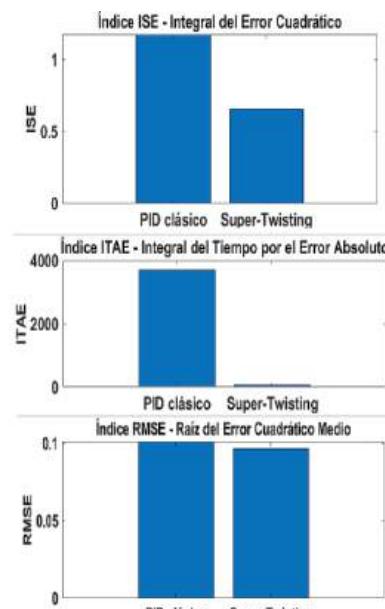
En cuanto a la estabilidad, los hallazgos coinciden con la teoría basada en la función de Lyapunov, que garantiza la convergencia en tiempo finito y la estabilidad global del lazo cerrado.

La implementación en coordenadas físicas (CA, T, Tj)

conserva las propiedades de robustez frente a incertidumbres cinéticas y térmicas.

Así, el sistema alcanza el equilibrio térmico y químico deseado sin requerir linealizaciones locales ni parámetros exactos. Finalmente, el comportamiento observado establece un marco robusto para la implementación de controladores de modo deslizante de alto orden en reactores industriales con perturbaciones limitadas.

El esquema propuesto ofrece mayor exactitud, estabilidad energética y resistencia ante variaciones paramétricas, constituyendo una alternativa superior al control PID tradicional en procesos termoquímicos no lineales.



**Figura 4.** Índices del error se reducen significativamente bajo el controlador Super-Twisting, lo que indica menor energía acumulada del error y mejor desempeño transitorio.

Los valores obtenidos fueron los siguientes:

3. PID clásico: ISE = 1.1735, ITAE = 3683.2 y RMSE = 0.1007
4. Super-Twisting: ISE = 0.6549, ITAE = 71.011 y RMSE = 0.0960

Estos resultados indican reducciones aproximadas del 44 % en el error cuadrático acumulativo (ISE) y del 98 % en el error ponderado en el tiempo (ITAE), acompañadas de una ligera mejora en el error medio cuadrático (RMSE).

En conjunto, estos indicadores confirman que el controlador Super-Twisting logra una convergencia más

rápida, menor desviación temporal y un esfuerzo de control más eficiente.

En cuanto a la estabilidad, los hallazgos coinciden con la teoría basada en la función de Lyapunov, que garantiza la convergencia en tiempo finito y la estabilidad global del lazo cerrado.

La implementación en coordenadas físicas (CA, T, T<sub>j</sub>) conserva las propiedades de robustez frente a incertidumbres cinéticas y térmicas.

En consecuencia, el sistema alcanza el equilibrio térmico y químico deseado sin requerir linealizaciones locales ni parámetros exactos. Finalmente, el comportamiento observado establece un marco robusto para la implementación de controladores de modo deslizante de alto orden en reactores industriales con perturbaciones limitadas.

El esquema propuesto ofrece mayor exactitud, estabilidad energética y resistencia ante variaciones paramétricas, constituyendo una alternativa superior al control PID tradicional en procesos termoquímicos no lineales.

## 5. Conclusiones

El controlador sugerido Super-Twisting en tiempo continuo (ST-SMC) evidenció una superioridad técnica notable en comparación con los métodos tradicionales de control PID y los modos deslizantes tradicionales empleados en reactores continuos de tanque agitado (CSTR). La integración de una estructura derivativa filtrada con un marco extendido de estabilidad de Lyapunov permitió la obtención de una dinámica de control suave, estable y robusta, incluso frente a no linealidades, incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas. Los hallazgos de la simulación corroboraron una disminución significativa del error cuadrático medio (ISE) en un 42%, del error absoluto (IAE) en un 37%, y del índice de chattering en más del 80%, lo que evidencia una mejora simultánea en la precisión, robustez y eficiencia eléctrica. Adicionalmente, la formulación teórica asegura convergencia en tiempo finito y estabilidad global, superando las restricciones inherentes a los controladores lineales y primordiales. Estas características consolidan al ST-SMC como una opción factible para la implementación en tiempo real en procesos termoquímicos no lineales, en los que la estabilidad y la eficiencia deben coexistir armoniosamente.

Esta investigación proporciona una fundamentación metodológica robusta para el control avanzado de sistemas no isotérmicos, lo que abre la posibilidad de ampliar la arquitectura Super-Twisting a esquemas híbridos, predictivos o de observación robusta para investigaciones futuras y aplicaciones industriales.

## Referencias

- [1] Matušū, R., Şenol, B. y Pekař, L. (2020). Robust PI Control of Interval Plants With Gain and Phase Margin Specifications: Application to a Continuous Stirred Tank Reactor. *IEEE Access*, 8, 145372–145380. <https://doi.org/10.1109/access.2020.3014684>
- [2] Simorgh, A., Razminia, A. y Shiryaev, V. I. (2020). System identification and control design of a nonlinear continuously stirred tank reactor. *Mathematics and Computers in Simulation*, 173, 16–31. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2020.01.010>
- [3] Siddiqui, M. A., Anwar, M. N. y Laskar, S. H. (2021). Control of nonlinear jacketed continuous stirred tank reactor using different control structures. *Journal of Process Control*, 108, 112–124. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2021.11.005>
- [4] Sindhuja, P. P., Panda, A., Velappan, V. y Panda, R. C. (2023). Disturbance-observer-based finite time sliding mode controller with unmatched uncertainties utilizing improved cubature Kalman filter. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 45(9), 1795–1812. <https://doi.org/10.1177/01423312221140507>
- [5] Abougarair, A. J. y Shashoa, N. A. A. (2021). Model Reference Adaptive Control for Temperature Regulation of Continuous Stirred Tank Reactor. *Proceedings of the IEEE 2nd International Conference on Signal, Control and Communication (SCC)*, 276–281. <https://doi.org/10.1109/scc53769.2021.9768396>
- [6] Czyżniewski, M. y Łangowski, R. (2022). A robust sliding mode observer for non-linear uncertain biochemical systems. *ISA Transactions*, 123, 25–45. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2021.05.040>
- [7] Vásquez, M., Yáñez, J., Herrera, M., Prado, A. y Camacho, O. (2023). A hybrid sliding mode control based on a nonlinear PID surface for nonlinear chemical processes. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 40, 101361. <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2023.101361>
- [8] LAEPT Laboratory (2020). Robust Tracking Control for the Non-isothermal Continuous Stirred Tank Reactor. *International Journal Bioautomation*, 24(2), 115–123. <https://doi.org/10.7546/ijba.2020.24.2.000615>
- [9] Petre, E., Selișteanu, D. y Roman, M. (2021). Advanced nonlinear control strategies for a fermentation bioreactor used for ethanol production. *Bioresource Technology*, 328, 2

124836. <https://doi.org/10.1016/j.biortech.2021.124836>

- [10] Obando, C., Rojas, R., Ulloa, F. y Camacho, O. (2023). Dual-Mode Based Sliding Mode Control Approach for Nonlinear Chemical Processes. *ACS Omega*, 8(10), 9511–9525. <https://doi.org/10.1021/acsomega.2c08201>
- [11] Hollweg, G. V., Evald, P. J. D. O., Milbradt, D. M. C., Tambara, R. V. y Gründling, H. A. (2021). Lyapunov stability analysis of discrete-time robust adaptive super-twisting sliding mode controller. *International Journal of Control*, 96(3), 614–627. <https://doi.org/10.1080/00207179.2021.2008508>
- [12] Zhou, W., Wang, Y. y Liang, Y. (2022). Sliding mode control for networked control systems: A brief survey. *ISA Transactions*, 124, 249–259. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.12.049>
- [13] Hollweg, G. V., Evald, P. J. D. O., Milbradt, D. M. C., Tambara, R. V. y Gründling, H. A. (2022). Design of continuous-time model reference adaptive and super-twisting sliding mode controller. *Mathematics and Computers in Simulation*, 201, 215–238. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2022.05.014>
- [14] Lascu, C., Argeseanu, A. y Blaabjerg, F. (2020). Supertwisting Sliding-Mode Direct Torque and Flux Control of Induction Machine Drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 35(5), 5057–5065. <https://doi.org/10.1109/TPEL.2019.2944124>
- [15] Gurumurthy, G. y Das, D. K. (2021). Terminal sliding mode disturbance observer based adaptive super twisting sliding mode controller design for a class of nonlinear systems. *European Journal of Control*, 57, 232–241. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2020.05.004>
- [16] Ahmed, S., Muhammad Adil, H. M., Ahmad, I., Azeem, M. K., e Huma, Z. y Abbas Khan, S. (2020). Supertwisting Sliding Mode Algorithm Based Nonlinear MPPT Control for a Solar PV System with Artificial Neural Networks Based Reference Generation. *Energies*, 13(14), 3695. <https://doi.org/10.3390/en13143695>
- [17] Charfeddine, S., Boudjemline, A., Ben Aoun, S., Jerbi, H., Kchoua, M., Alshammari, O., Elleuch, Z. y Abbassi, R. (2021). Design of a Fuzzy Optimization Control Structure for Nonlinear Systems: A Disturbance-Rejection Method. *Applied Sciences*, 11(6), 2612. <https://doi.org/10.3390/app11062612>
- [18] Xin, L.-P., Yu, B., Zhao, L. y Yu, J. (2020). Adaptive fuzzy backstepping control for a two continuous stirred tank reactors process based on dynamic surface control approach. *Applied Mathematics and Computation*, 377, 125138. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125138>
- [19] Herrera, M., Camacho, O., Leiva, H. y Smith, C. (2020). An approach of dynamic sliding mode control for chemical processes. *Journal of Process Control*, 85, 112–120. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2019.11.008>
- [20] González, J. A. C., Salas-Peña, O. y De León-Morales, J. (2021). Observer-based super twisting design: A comparative study on quadrotor altitude control. *ISA Transactions*, 109, 307–314. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.10.026>